

ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΝΑ ΓΡΑΦΕΤΕ ΚΑΙ ΤΟΥΣ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΟΥΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες ορίζονται οι παρακάτω παραστάσεις και, στη συνέχεια, να απλοποιήσετε όσες από αυτές απλοποιούνται:

$$A = \frac{2x}{6x^2} \quad B = \frac{10x^2}{5x} \quad \Gamma = \frac{6xy^2}{9x^2y}$$

$$\Delta = \frac{x}{x+4} \quad E = \frac{2x+3}{4x+9} \quad Z = \frac{x(3-x)}{x^2(x-3)}$$

$$H = \frac{2(x+2)}{4(2+x)} \quad \Theta = \frac{2x-10}{(5-x)^2} \quad I = \frac{2xy}{x^2y^2}$$

2. Να βρείτε τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες ορίζονται οι παρακάτω παραστάσεις και, στη συνέχεια, να απλοποιήσετε όσες από αυτές απλοποιούνται:

$$A = \frac{x-5}{x^2-25}$$

$$B = \frac{y^2-49}{y^2+7y}$$

$$\Gamma = \frac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$$

$$\Delta = \frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^2+x}$$

$$E = \frac{3y^3-y^2}{9y^2-1}$$

$$Z = \frac{4x^2-4x}{x^3-3x^2+3x-1}$$

3. Να βρείτε τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες ορίζονται οι παρακάτω παρα-

στάσεις και, στη συνέχεια, να απλοποιήσετε όσες από αυτές απλοποιούνται:

$$A = \frac{x^2+6x+5}{x^2+2x+1}$$

$$B = \frac{x^2-2x+1}{x^2-7x+6}$$

$$\Gamma = \frac{3(y-2)-y(y-2)}{y^3-27}$$

$$\Delta = \frac{x^2+x-6}{x^3-8}$$

$$E = \frac{z(z+2)+z^2-4}{4z^3+16z^2+16z}$$

$$Z = \frac{(3a-1)^2-(a+3)^2}{8(8a^3+1)}$$

$$H = \frac{2k^2+5k-3}{4k^3-4k^2+k}$$

$$\Theta = \frac{x^6-64}{(x^2-4)(x^2-2x+4)}$$

$$I = \frac{2x(x-4)-x^2+16}{(x^2+1)(x-4)^2}$$

4. Να βρείτε τις τιμές της μεταβλητής x για τις οποίες ορίζεται καθεμία από τις παρακάτω παραστάσεις και, στη συνέχεια, να τις απλοποιήσετε:

$$A = \frac{x^2+5x}{x^2-5x}$$

$$B = \frac{x}{x^3-25x}$$

$$\Gamma = \frac{x+5}{x^2+5x}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα, γράφοντας τα αποτελέσματα στην απλούστερη δυνατή μορφή τους:

$$A = \frac{3\alpha}{5k} \cdot \frac{10}{9\alpha}$$

$$B = 9ax^2 \cdot \frac{2}{6a^2x}$$

$$\Gamma = \frac{3\alpha^2}{4k^2} \cdot \frac{8}{9\alpha^2}$$

$$\Delta = -\frac{4x}{15y^2} \cdot (-5xy^2)$$

$$E = -7xz^2 \cdot \frac{4}{14xz}$$

$$Z = \left(-\frac{2ay}{3x}\right)^3 \cdot \frac{(3x)^2}{4\alpha^3}$$

2. Να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις, γράφοντας τα αποτελέσματα στην απλούστερη δυνατή μορφή τους:

$$A = 4\alpha : \frac{\alpha}{2}$$

$$B = \left(\frac{\alpha}{k}\right)^2 : \frac{\alpha^2}{k^2}$$

$$\Gamma = 14xyz : \left(-\frac{7xz^2}{2y}\right)$$

$$\Delta = \left(\frac{2y}{z}\right)^2 : \frac{z^2y^2}{2}$$

$$E = \frac{\alpha}{3} : \frac{4\alpha x}{6}$$

$$Z = -\frac{6\alpha^2}{8k^2} : \left(\frac{-12\alpha^2}{4k^2x}\right)$$

3. Σε καθεμία από τις παρακάτω παραστάσεις να βρείτε και να γράψετε τους περιορισμούς για τις μεταβλητές που εμφανίζονται σε αυτές. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε το κάθε γινόμενο, γράφοντας το αποτέλεσμα στην απλούστερη μορφή του:

$$\Lambda = \frac{x-3}{x-6} \cdot \frac{2x-12}{x-3}$$

$$B = \frac{3\alpha+9}{\alpha^2} \cdot \frac{\alpha}{\alpha+3}$$

$$\Gamma = \frac{y^2+2y+1}{k^2-4k+4} \cdot \frac{k-2}{y+1}$$

$$\Delta = \frac{k-8}{24x} \cdot \frac{8x^2}{k^2-64}$$

$$E = \frac{x^2+11x+10}{x+10} \cdot \frac{3x}{x^2+x}$$

$$Z = -\frac{4x^2-4x}{(1-x)^3} \cdot \frac{x^2-2x+1}{8x^2}$$

$$H = \frac{x^3-6x^2+12x-8}{2x+2} \cdot \frac{x^2-4x-5}{(2-x)^3}$$

$$\Theta = \frac{9\alpha^2-4}{6\alpha^2+4\alpha} \cdot \frac{4\alpha}{4-12\alpha+9\alpha^2}$$

$$I = \frac{x^3+1}{x^2+1} \cdot \frac{2x^2+2}{x^2-x+1}$$

$$K = \frac{4z^3-4z^2+z}{(z+1)^3} \cdot \frac{z^3+3z^2+3z+1}{4z^3-z}$$

4. Να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις, γράφοντας τα αποτελέσματα στην απλούστερη δυνατή μορφή τους:

$$A = \frac{2x+1}{x} : \frac{2x-1}{6x}$$

$$B = \frac{-4x+4}{x+2} : \frac{x^2-1}{2x+4}$$

$$\Gamma = \frac{3-\alpha}{\alpha^2+\alpha} : \frac{2\alpha-6}{\alpha^2}$$

$$\Delta = \frac{k^2-3k+2}{3k-9} : \frac{k-1}{k^2-5k+6}$$

$$E = (8z^2+2) : \frac{8z^3+1}{4z^2-2z+1}$$

$$Z = -\frac{1}{x^2+6x+9} : \frac{1}{x^3+9x^2+27x+27}$$

5. Να κάνετε τις πράξεις στις παρακάτω παραστάσεις, γράφοντας τα αποτελέσματα στην απλούστερη μορφή τους:

$$A = \left(\frac{\alpha}{\alpha+1} \cdot \frac{\alpha-1}{\alpha+3} \right) : \frac{\alpha}{2\alpha+2}$$

$$B = \left(\frac{x+3}{x+4} \cdot \frac{x-2}{x} \right) \cdot \frac{2x-4}{x^2+3x}$$

$$\Gamma = \frac{3y+1}{y+2} : \left(\frac{1-9y^2}{y} \cdot \frac{y^2+2y}{y} \right)$$

$$\Delta = \left(\frac{9x^2-6x+1}{x^2+x-6} \cdot \frac{9x^2-1}{x^2-9} \right) : \frac{x-2}{x-3}$$

$$E = (16-x^2) \left(\frac{x+4}{x^2+4} \cdot \frac{x^3+64}{x^2-4x+16} \right)$$

$$Z = \left(\frac{k^4-6k^2+9}{k^4-9} \cdot 7k \right) : \frac{k^2-3}{k^4+6k^2+9}$$

6. Να μετατρέψετε τα παρακάτω σύνθετα κλάσματα σε απλά και να τα γράψετε στην απλούστερη μορφή τους:

$$A = \frac{\frac{x-y}{x}}{\frac{x+y}{2x}}$$

$$B = \frac{x-3}{\frac{4x-12}{3x}}$$

$$\Gamma = \frac{\frac{4a^2-1}{a^2-4}}{\frac{2a+1}{2a+4}}$$

$$\Delta = \frac{\frac{14ax^2y}{27\beta\omega^2}}{\frac{35a^2xy}{36\beta^2\omega^2}}$$

$$E = \frac{\frac{3x^2-48}{\alpha}}{x-4}$$

$$Z = \frac{\frac{-4k^2x^3}{22ay^3}}{\frac{8k^3x^2}{33ay^2}}$$

7. α. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$x-2=0, 2x^2+4x=0$$

$$x+4=0, x^2-4x+4=0$$

β. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού x έχει νόημα στο \mathbb{R} η παράσταση:

$$K = \left(\frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{x}{2x^2+4x} \right) : \frac{x+4}{x^2-4x+4}$$

γ. Να γράψετε την παράσταση K στην απλούστερη δυνατή μορφή της.

8. α. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$12x^2+12x+3=0, 12x^2+6x=0$$

$$8x^3-2x=0, 4x^2-4x+1=0$$

β. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού x ορίζεται στο \mathbb{R} η παράσταση:

$$\Lambda = \frac{12x^2+12x+3}{12x^2+6x} : \frac{8x^3-2x}{4x^2-4x+1}$$

γ. Να γράψετε την παράσταση Λ στην απλούστερη δυνατή μορφή της.

9. α. Να παραγοντοποιήσετε τα πολώνυμα:

$$xy+3x-2y-6 \text{ και}$$

$$x^2y+3x^2+xy+3x$$

β. Να βρείτε τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι x, y , ώστε να είναι:

$$xy+3x-2y-6 \neq 0 \text{ και}$$

$$x^2y+3x^2+xy+3x \neq 0$$

γ. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$x^2+8x-20=0 \text{ και}$$

$$x^3+2x^2+x=0$$

δ. Να γράψετε τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι πραγματικοί αριθμοί x, y , για να ορίζεται στο \mathbb{R} η παράσταση:

$$M = \left(\frac{xy+3x-2y-6}{x^2+8x-20} \cdot \frac{x^2y+3x^2+xy+3x}{x^3+2x^2+x} \right) \cdot \frac{x+10}{x+1}$$

ε. Να γράψετε την παράσταση M στην απλούστερη δυνατή μορφή της.