

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Α. Τετράγωνο αθροίσματος - διαφοράς

12. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α. $(x+y)^2$ β. $(x+7)^2$ γ. $(y+1)^2$

δ. $(x-5)^2$ ε. $(y-1)^2$ στ. $(\lambda-11)^2$

13. Να βρείτε τα αναπτύγματα

α. $(2x+3)^2$ β. $(5x-1)^2$ γ. $(7y-4)^2$

δ. $(2x+3y)^2$ ε. $(3xy-5)^2$ στ. $(13\alpha\beta-2)^2$

14. Να βρείτε τα αναπτύγματα

α. $(x^2-3)^2$ β. $(x^3+1)^2$ γ. $(3x^2-2)^2$

δ. $(xy^2-5x)^2$ ε. $(3\alpha^2\beta-2\beta)^2$ στ. $(5x^3y^2-3x^2y)^2$

15. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$ β. $\left(\frac{\omega}{2}-1\right)^2$ γ. $\left(2x-\frac{1}{3}\right)^2$

δ. $\left(5x^2-\frac{1}{2}\right)^2$ ε. $\left(\frac{\lambda}{3}+\frac{3}{2}\right)^2$ στ. $\left(\frac{2x}{3}-\frac{y^2}{2}\right)^2$

ζ. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ η. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$ θ. $\left(x^2+\frac{2}{x^2}\right)^2$

16. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α. $(5+\sqrt{2})^2$ β. $(\sqrt{7}-1)^2$ γ. $(3\sqrt{5}-2)^2$

δ. $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2$ ε. $(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2$ στ. $(\sqrt{2x}-\sqrt{6})^2$

17. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α. $(-x-y)^2$ β. $(-2x-3)^2$ γ. $(-5\alpha-\alpha^2)^2$

δ. $(-x+1)^2$ ε. $(-3+x)^2$ στ. $(7-x)^2$

18. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $5x - (x-3)^2$

β. $(3x-2)^2 - 2x(x-1)$

γ. $3x(x-2) - (x-1)^2$

δ. $3x^2 - (2x-7)^2$

ε. $(7x-2)^2 - (2x-3) \cdot (x-5)$

στ. $(2x-1) \cdot (x-2) - (3x-5)^2$

19. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $2x^3 - 3x(x-1)^2$

β. $1 + 2x(x-3)^2$

γ. $x - 3x(2x-1)^2$

δ. $x^2 - (2x-1) \cdot (x+1)^2$

ε. $x^5y^4 - (xy^2-1) \cdot (x^2y-2)^2 + 3$

20. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α. $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$

β. $4\alpha(\alpha-1) - (2\alpha-1)^2 = -1$

γ. $(2x-1)^2 - 3x(x-1) + 3x = (x+1)^2$

δ. $(x^2-1) \cdot (\alpha^2-9) + (3x-\alpha)^2 = (\alpha x-3)^2$

21. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α. $(x \cdots \cdots)^2 = \dots + \dots + 25$

β. $(\dots \cdots 3)^2 = \omega^2 - \dots \cdots \dots$

γ. $(\dots + \dots)^2 = 9x^2 \cdots 12xy \cdots \dots$

δ. $(\dots \cdots 3\alpha)^2 = \dots - 30x^2\alpha \cdots \dots$

B. Κύβος αθροίσματος - διαφοράς

22. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α. $(x+2)^3$

β. $(x-3)^3$

γ. $(x-1)^3$

δ. $(2x+1)^3$

ε. $(x^2-5)^3$

στ. $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$

ζ. $(x^2+2x)^3$

η. $(2x^2-1)^3$

θ. $(3\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^3)^3$

23. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α. $(\sqrt{2}+1)^3$

β. $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^3$

24. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α. $(-x-2)^3$

β. $(-3x-4)^3$

γ. $(-1+x)^3$

25. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-2)$

β. $1 - (3x-1)^3 - (x-1) \cdot (3x-2)$

γ. $-10x^2 + 2(x+3)^3 - (2x-1)^2$

δ. $(x-2)^3 - x(x-2)(x-3)$

26. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α. $(\alpha + \beta)^3 - (\alpha - \beta)^3 - 6\alpha^2\beta = 2\beta^3$

β. $2\alpha(2\alpha-1)^2 - (2\alpha-1)^3 - 4\alpha^2 = 1 - 4\alpha$

Γ. Γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά

27. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\begin{array}{lll} \alpha. (x+y) \cdot (x-y) & \beta. (x+3) \cdot (x-3) & \gamma. (y-1) \cdot (y+1) \\ \delta. (\lambda+7) \cdot (\lambda-7) & \epsilon. (9-x) \cdot (9+x) & \sigma\tau. (x+13) \cdot (x-13) \end{array}$$

28. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\begin{array}{lll} \alpha. (5x-1) \cdot (5x+1) & \beta. (7x-9) \cdot (7x+9) & \gamma. (4x+11) \cdot (4x-11) \\ \delta. (3x+2y) \cdot (3x-2y) & \epsilon. (9\lambda-5\mu) \cdot (9\lambda+5\mu) & \sigma\tau. (7x+5y) \cdot (7x-5y) \end{array}$$

29. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\begin{array}{ll} \alpha. (x^2 - y^3) \cdot (x^2 + y^3) & \beta. (3x^2 - 5) \cdot (3x^2 + 5) \\ \gamma. (7x^3 + 9y) \cdot (7x^3 - 9y) & \delta. (3x^2y + 2y) \cdot (3x^2y - 2y) \\ \epsilon. (2xy^3 - 5xy^2) \cdot (2xy^3 + 5xy^2) & \sigma\tau. (9x^2y^3 - 2xy) \cdot (9x^2y^3 + 2xy) \end{array}$$

30. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha. \left(x + \frac{3}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) \quad \beta. \left(3x - \frac{2y}{5}\right) \cdot \left(3x + \frac{2y}{5}\right) \quad \gamma. \left(\frac{x^2}{3} - \frac{7y}{4}\right) \cdot \left(\frac{x^2}{3} + \frac{7y}{4}\right)$$

31. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\begin{array}{lll} \alpha. (x-5) \cdot (5+x) & \beta. (3+x) \cdot (x-3) & \gamma. (7x+1) \cdot (1-7x) \\ \delta. (-x+6) \cdot (x+6) & \epsilon. (3x-1) \cdot (-1-3x) & \sigma\tau. (-2x+5) \cdot (-2x-5) \end{array}$$

32. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\begin{array}{ll} \alpha. (\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}) & \beta. (2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3}) \\ \gamma. (3\sqrt{2} - 1) \cdot (3\sqrt{2} + 1) & \delta. (\sqrt{5}x - 3) \cdot (\sqrt{5}x + 3) \end{array}$$

33. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα, που έχουν άρρητους παρονομαστές, σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητούς παρονομαστές.

$$\alpha. \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \quad \beta. \frac{3}{\sqrt{2} + 1} \quad \gamma. \frac{17}{1 - 3\sqrt{2}} \quad \delta. \frac{6}{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}$$

34. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha. (x-2) \cdot (x+2) \cdot (x^2+4)$$

$$\beta. (3x-1) \cdot (3x+1) \cdot (9x^2+1)$$

$$\gamma. (2x^2-3) \cdot (2x^2+3) \cdot (4x^4+9)$$

$$\delta. (\sqrt{x}-1) \cdot (\sqrt{x}+1) \cdot (x+1)$$

$$\epsilon. (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x^2+1) \cdot (x^4+1)$$

$$\sigma\tau. (2x-1) \cdot (2x+1) \cdot (4x^2+1) \cdot (16x^4+1)$$

35. Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

$$\alpha. (x-3)^2 \cdot (x+3)^2$$

$$\beta. (x-2)^3 \cdot (x+2)^3$$

$$\gamma. (x-1)^2 \cdot (x+1)^2 \cdot (x^2+1)^2$$

36. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha. 1-(x-1) \cdot (x+1)$$

$$\beta. 5+(x-7) \cdot (x+7)$$

$$\gamma. 1-3x \cdot (2x-1) - (3x-1) \cdot (3x+1)$$

$$\delta. 2x^2 - (x-4)^2 - (x-2) \cdot (2+x)$$

$$\epsilon. 1-(x-5) \cdot (x+5) - (2x-1)^2$$

$$\sigma\tau. 6y^2 + 2y(3y+1) \cdot (1-3y)$$

$$\zeta. 1-3x(2x-1) - (3-x) \cdot (-x-3)$$

$$\eta. (3x+2)^2 - (2x+5) \cdot (2x-5) - (2x-1)^2$$

37. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (3x-2)^2 - 2(2x-1) \cdot (2x+1) - 4(1-3x) - 2$.

Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \sqrt{P(1973)}$.

38. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. (\alpha-\beta) \cdot (\alpha+\beta) - (2\alpha-\beta) \cdot (2\alpha+\beta) + 3\alpha^2 = 0$$

$$\beta. \alpha(1+\alpha) \cdot (\alpha-1) - (\alpha-1)^2 - \alpha^3 = -1 - \alpha(\alpha-1)$$

$$\gamma. (\alpha-1)^3 - (\alpha-1)(\alpha+1)^2 + 4\alpha(\alpha-1) = 0$$

$$\delta. (\alpha-1)(\alpha+1)^3 - 2\alpha(\alpha-1)(\alpha+1) = \alpha^4 - 1$$

$$\epsilon. (2\alpha^2-1)^3 - 2(2\alpha^3-1) \cdot (1+2\alpha^3) - 1 = -6\alpha^2(2\alpha^2-1)$$

Δ. Διαφορά κύβων - Άθροισμα κύβων

39. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha. (x+2) \cdot (x^2-2x+4)$$

$$\beta. (x-1) \cdot (x^2+x+1)$$

$$\gamma. (3\omega+1) \cdot (9\omega^2-3\omega+1)$$

$$\delta. (1-xy) \cdot (1+xy+x^2y^2)$$

Ε. Τετράγωνο τριωνύμου

40. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha. (x^2+x+1)^2$$

$$\beta. (x^2+3x+2)^2$$

$$\gamma. (x+2y-z)^2$$

$$\delta. (3x^2-x+1)^2$$

$$\epsilon. (2\alpha-\beta-3\gamma)^2$$

Η. Υπολογισμός αριθμητικών παραστάσεων
με εφαρμογή των ταυτοτήτων

48. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις με εφαρμογή κατάλληλων ταυτοτήτων.
α. 998^2 β. $101 \cdot 99$
49. α. Να κάνετε τις πράξεις $(x-4)^2 - (x-2) \cdot (x-8)$.
β. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 9996^2 - 9998 \cdot 9992$.
50. α. Να δείξετε ότι $(v-2) \cdot (v+2) + 4 = v^2$.
β. Να υπολογίσετε την παράσταση $A = \sqrt{998 \cdot 1002 + 4}$.
51. α. Να κάνετε τις πράξεις $a(a-2) - (a-1)^2$.
β. Να υπολογίσετε την παράσταση $A = 2019 \cdot 2017 - 2018^2$.
52. α. Να υπολογίσετε την παράσταση $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$.
β. Να δείξετε ότι $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$.
53. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
α. $(\sqrt{3}+2)^2$, $(\sqrt{3}-2)^2$ β. $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$
54. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
α. $A = \sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}}$ β. $B = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2\sqrt{3}-\sqrt{10}} \cdot \sqrt{2\sqrt{3}+\sqrt{10}}$
γ. $\Gamma = (\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}})^2$
55. α. Να γράψετε την παράσταση $A = \sqrt{8} + \sqrt{16} - \sqrt{200} + \sqrt{50}$
στη μορφή $a + \beta\sqrt{2}$, όπου a, β ακέραιοι.
β. Να κάνετε τις πράξεις:
i. $(4+3\sqrt{2})^2$ ii. $(4-3\sqrt{2}) \cdot (4+3\sqrt{2})$
γ. Να μετατρέψετε την παράσταση $\frac{4+3\sqrt{2}}{A}$ σε ένα κλάσμα με παρονομαστή
ρητό αριθμό.